Questão 1

Davi gira a pedra em movimento circular uniforme no plano horizontal. Os dados do enunciado são: comprimento da corda $L = 0{,}5$ m (que corresponde ao raio da trajetória), massa da pedra $m = 500$ g $= 0{,}5$ kg e frequência $f = 2$ Hz (duas voltas por segundo).

a) A aceleração centrípeta pode ser obtida pela relação que envolve a velocidade angular ω e o raio r. Primeiro precisamos calcular ω a partir da frequência:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

ω - velocidade angular (rad/s)
f - frequência (Hz)

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega = 2 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\omega = 12 \text{ rad/s}$$

Com a velocidade angular em mãos, calculamos a aceleração centrípeta:

$$a_c = \omega^2 \cdot r$$

a_c - aceleração centrípeta (m/s²)
ω - velocidade angular (rad/s)
r - raio da trajetória (m)

$$a_c = \omega^2 \cdot r$$

$$a_c = (12)^2 \cdot 0{,}5$$

$$a_c = 144 \cdot 0{,}5$$

$$a_c = 72 \text{ m/s}^2$$

b) No plano horizontal, o peso da pedra é vertical e não contribui para a força centrípeta. A única força horizontal que aponta para o centro da trajetória é a tração da corda. Portanto, a tração é a própria força resultante centrípeta:

$$F_c = m \cdot a_c$$

F_c - força centrípeta (N)
m - massa (kg)
a_c - aceleração centrípeta (m/s²)

$$T = F_c = m \cdot a_c$$

$$T = 0{,}5 \cdot 72$$

$$T = 36 \text{ N}$$

a) $a_c = 72$ m/s²
b) T = 36 N

Questão 2

Os dados do enunciado são: massa do automóvel $m = 800$ kg, diâmetro da curva $d = 80$ m, portanto raio $r = 40$ m. A velocidade limite antes de escorregar é $v = 54$ km/h $= 15$ m/s (divisão por 3,6).

a) Em uma curva plana e horizontal, a força resultante centrípeta é dada por:

$$F_c = m \cdot v^2 / r$$

F_c - força centrípeta (N)
m - massa (kg)
v - velocidade tangencial (m/s)
r - raio da curva (m)

$$F_c = m \cdot v^2 / r$$

$$F_c = 800 \cdot (15)^2 / 40$$

$$F_c = 800 \cdot 225 / 40$$

$$F_c = 4500 \text{ N}$$

b) Em uma pista horizontal, a única força horizontal que pode fornecer a centrípeta é a força de atrito estático entre os pneus e o solo. No limiar do escorregamento, o atrito atinge seu valor máximo:

$$f_{at} = \mu \cdot F_N$$

f_{at} - força de atrito (N)
μ - coeficiente de atrito estático
F_N - força normal (N)

No plano horizontal, a força normal equilibra o peso, então $F_N = m \cdot g$. Igualando a força de atrito máxima à força centrípeta necessária:

$$f_{at} = F_c$$

$$\mu \cdot m \cdot g = m \cdot v^2 / r$$

$$\mu = v^2 / (g \cdot r)$$

$$\mu = (15)^2 / (10 \cdot 40)$$

$$\mu = 225 / 400$$

$$\mu = 0{,}5625$$

a) F_c = 4500 N
b) μ ≈ 0,563

Questão 3

Os dados do enunciado são: massa da peça $m = 5{,}0$ g $= 5{,}0 \times 10^{-3}$ kg, raio da trajetória $r = 10$ cm $= 0{,}1$ m e coeficiente de atrito estático $\mu_e = 0{,}6$.

a) Sobre o disco horizontal, a força normal que o disco aplica na peça equilibra o peso, portanto $F_N = m \cdot g$. A força máxima de atrito estático é:

$$f_{at} = \mu \cdot F_N$$

f_{at} - força de atrito (N)
μ - coeficiente de atrito estático
F_N - força normal (N)

$$f_{at,máx} = \mu_e \cdot m \cdot g$$

$$f_{at,máx} = 0{,}6 \cdot 5{,}0 \times 10^{-3} \cdot 10$$

$$f_{at,máx} = 3{,}0 \times 10^{-2}\ N$$

b) Para verificar se a peça desliza, precisamos comparar a força centrípeta necessária (para manter a peça em trajetória circular junto com o disco) com a força máxima de atrito disponível. Primeiro convertemos a rotação: 30 RPM = 30/60 Hz = 0,5 Hz.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}5$$

$$\omega = 3\ rad/s$$

A força centrípeta necessária é:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

F_c - força centrípeta (N)
m - massa (kg)
ω - velocidade angular (rad/s)
r - raio (m)

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

$$F_c = 5{,}0 \times 10^{-3} \cdot (3)^2 \cdot 0{,}1$$

$$F_c = 5{,}0 \times 10^{-3} \cdot 9 \cdot 0{,}1$$

$$F_c = 4{,}5 \times 10^{-3}\ N$$

Comparando: a força centrípeta necessária ($4{,}5 \times 10^{-3}$ N) é menor que o atrito máximo disponível ($3{,}0 \times 10^{-2}$ N). Portanto, o atrito estático consegue fornecer a centrípeta sem atingir seu limite, e a peça não desliza.

a) $f_{at,máx} = 3{,}0 \times 10^{-2}$ N = 0,03 N
b) A peça não desliza, pois $F_c < f_{at,máx}$

Questão 4

a) A geometria do perfil circular é a chave: a lombada é um arco de círculo com raio R, altura $h = 10$ cm $= 0{,}1$ m e comprimento horizontal $2c = 3{,}0$ m, portanto $c = 1{,}5$ m é a meia-corda horizontal. Pelo Teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo formado entre o centro do círculo, o ponto mais alto da lombada e uma das extremidades:

$$R^2 = c^2 + (R - h)^2$$

$$R^2 = c^2 + R^2 - 2 \cdot R \cdot h + h^2$$

$$2 \cdot R \cdot h = c^2 + h^2$$

$$R = (c^2 + h^2) / (2 \cdot h)$$

$$R = ((1{,}5)^2 + (0{,}1)^2) / (2 \cdot 0{,}1)$$

$$R = (2{,}25 + 0{,}01) / 0{,}2$$

$$R = 2{,}26 / 0{,}2$$

$$R = 11{,}3\ m$$

b) No ponto mais alto da lombada, o centro da trajetória circular está abaixo do carrinho. Adotando como positivo o sentido para o centro (para baixo), temos o peso apontando para o centro e a força normal apontando para fora do centro (para cima). A resultante centrípeta é:

$$F_c = m \cdot v^2 / r$$

F_c - força centrípeta (N)
m - massa (kg)
v - velocidade tangencial (m/s)
r - raio da curva (m)

$$P - F_N = m \cdot v^2 / R$$

$$m \cdot g - F_N = m \cdot v^2 / R$$

$$F_N = m \cdot g - m \cdot v^2 / R$$

Substituindo $m = 50$ g $= 0{,}05$ kg e $v = 2{,}0$ m/s:

$$F_N = 0{,}05 \cdot 10 - 0{,}05 \cdot (2{,}0)^2 / 11{,}3$$

$$F_N = 0{,}5 - 0{,}05 \cdot 4 / 11{,}3$$

$$F_N = 0{,}5 - 0{,}0177$$

$$F_N \approx 0{,}482\ N$$

a) R = 11,3 m
b) $F_N \approx 0{,}482$ N

Questão 5

Os dados do enunciado são: comprimento da corda $r = 3{,}0$ m, massa máxima $m = 40$ kg e velocidade no ponto mais baixo $v = 2{,}0$ m/s.

a) No ponto mais alto do balanço, a criança chega ao extremo da oscilação. Nesse instante, a velocidade tangencial é momentaneamente nula (o movimento inverte de sentido). Como a aceleração centrípeta depende do quadrado da velocidade:

$$a_c = v^2 / r$$

a_c - aceleração centrípeta (m/s²)
v - velocidade tangencial (m/s)
r - raio da trajetória (m)

$$a_c = v^2 / r$$

$$a_c = (0)^2 / 3{,}0$$

$$a_c = 0\ m/s^2$$

Atenção: o ponto mais alto do balanço é diferente do ponto mais alto de um movimento circular completo. Aqui o balanço inverte de sentido, então a velocidade é zero nesse instante.

b) No ponto mais baixo, a velocidade é máxima ($v = 2{,}0$ m/s):

$$a_c = v^2 / r$$

$$a_c = (2{,}0)^2 / 3{,}0$$

$$a_c = 4 / 3$$

$$a_c = 1{,}33\ m/s^2$$

c) A tração na corda é máxima no ponto mais baixo, onde a corda precisa sustentar o peso da criança e ainda fornecer a força centrípeta. Adotando como positivo o sentido para o centro (para cima, no ponto mais baixo):

$$T - P = m \cdot v^2 / r$$

$$T = m \cdot g + m \cdot v^2 / r$$

$$T = 40 \cdot 10 + 40 \cdot (2{,}0)^2 / 3{,}0$$

$$T = 400 + 160 / 3$$

$$T = 400 + 53{,}3$$

$$T_{máx} \approx 453{,}3\ N$$

A corda deve suportar três vezes essa tração máxima como margem de segurança:

$$T_{seg} = 3 \cdot T_{máx}$$

$$T_{seg} = 3 \cdot 453{,}3$$

$$T_{seg} \approx 1360\ N$$

a) $a_c = 0$ m/s²
b) $a_c \approx 1{,}33$ m/s²
c) $T_{seg} \approx 1360$ N

Questão 6

Os dados do enunciado são: massa total $m = 500$ kg, diâmetro do globo $d = 5{,}0$ m, portanto raio $r = 2{,}5$ m.

a) No ponto mais alto do globo, o motociclista está de cabeça para baixo. Tanto o peso quanto a força normal apontam para baixo (para o centro do globo). Adotando como positivo o sentido para o centro:

$$F_c = m \cdot v^2 / r$$

F_c - força centrípeta (N)
m - massa (kg)
v - velocidade tangencial (m/s)
r - raio (m)

$$P + F_N = m \cdot v^2 / r$$

$$m \cdot g + F_N = m \cdot v^2 / r$$

Na velocidade mínima, a moto está prestes a perder contato com o globo, ou seja, $F_N = 0$. Nessa condição, apenas o peso fornece a centrípeta:

$$m \cdot g = m \cdot v_{mín}^2 / r$$

$$v_{mín}^2 = g \cdot r$$

$$v_{mín} = \sqrt{(g \cdot r)}$$

$$v_{mín} = \sqrt{(10 \cdot 2{,}5)}$$

$$v_{mín} = \sqrt{25}$$

$$v_{mín} = 5{,}0 \text{ m/s}$$

b) No ponto mais baixo, a força normal aponta para cima (para o centro) e o peso aponta para baixo (para fora do centro). Adotando como positivo o sentido para o centro:

$$F_N - P = m \cdot v^2 / r$$

$$F_N = m \cdot g + m \cdot v^2 / r$$

Com a mesma velocidade do ponto mais alto, $v = 5{,}0$ m/s:

$$F_N = 500 \cdot 10 + 500 \cdot (5{,}0)^2 / 2{,}5$$

$$F_N = 5000 + 500 \cdot 25 / 2{,}5$$

$$F_N = 5000 + 5000$$

$$F_N = 10000 \text{ N}$$

Observe que na realidade a velocidade no ponto mais baixo seria maior que no ponto mais alto, pois há ganho de energia cinética na descida. O enunciado simplifica o problema fixando a mesma velocidade.

a) $v_{mín} = 5{,}0$ m/s
b) $F_N = 10000 \text{ N} = 1{,}0 \times 10^4$ N