Prof. Danilo Mello | **Roteiro de Atividade** | **Agulhas de Buffon**

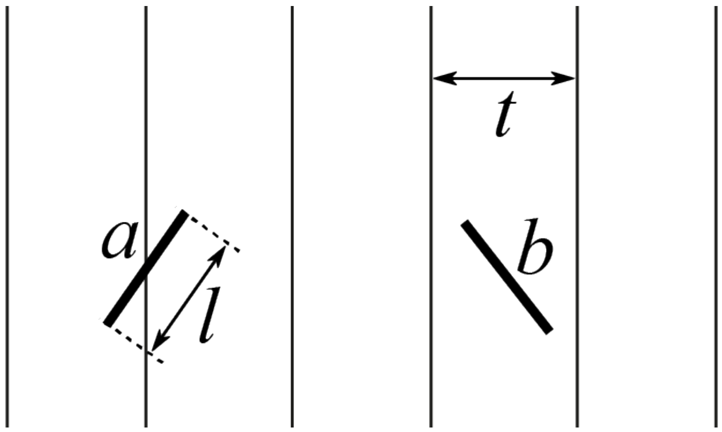
Nome: | **Nota:**

As agulhas de Buffon são parte de um experimento que combina probabilidade e geometria. Ele foi idealizado pelo matemático francês Georges-Louis Leclerc, o Conde de Buffon, no século XVIII. A ideia é simples: imagine que você tem um chão com linhas paralelas igualmente espaçadas e joga uma agulha sobre ele várias vezes. Observando quantas vezes a agulha cruza uma dessas linhas, é possível perceber que há uma relação entre esse número e π, o número que representa a razão entre a circunferência e o diâmetro de um círculo.

Hoje, usamos essa ideia de forma mais moderna com computadores e um método chamado simulação de Monte Carlo. Em vez de jogar agulhas reais no chão, o computador "simula" os lançamentos, gerando números aleatórios que representam as posições da agulha. Repetindo esse processo milhares ou milhões de vezes, o computador analisa os resultados e consegue aproximar o valor de π com base nas proporções observadas, mostrando como um conceito antigo pode se unir à tecnologia para resolver problemas matemáticos de forma criativa e eficiente.

O experimento:

Considere que em uma região de um chão plano e horizontal estejam marcadas linhas paralelas, distantes t entre si. Agulhas finas e de comprimento l são jogasdas e caem sobre esta região, sendo que algumas cruzam as linhas entre as faixas (a) e outras, não (b), conforme ilustrado abaixo.



Em um experimento ideal, as agulhas devem cair no chão em posições e orientações aleatórias, mas como o experimento que estamos relizando ocorre em um mundo *real*, há situações que interferem nesta aleatoriedade, como:

- Uma agulha *ficar* em cima da outra;
- Uma agulha interagir com outras próximas, rolando uma sobre a outra e ficando artificialmente paralelas entre si;
- *Caindo* fora da região delimitada;
- Uma agulha ficar orientada de maneira artificial devido a irregularidades no chão;

Nestes casos, as agulhas devem ser retiradas e jogadas novamente sobre o chão.

Devem ser contadas quantas agulhas cruzam as linhas (n_a) e quantas não cruzam (n_b), sendo que $n_a + n_b$ corresponde ao total de agulhas (n_t)

Cálculo de π:

Considere que x é a posição horizontal do centro de uma agulha ao ser jogada em um tabuleiro infinito de linhas verticais distantes t entre si. O ângulo que a agulha forma com a linhas verticais é θ. É trivial demonstrar que a probabilidade P de que uma agulha cruze uma das linhas é:

$$P = \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{x=0}^{\frac{l\,sen(\theta)}{2}} \frac{4}{t\,\pi}\, dx\, d\theta$$

Considerando que a agulha possui comprimento menor do que a distância entre as linhas, ou seja, $l < t$, resolvemos a integral dupla e concluimmos que:

$$P = \frac{2l}{t\,\pi}$$

Sabemos também que $0 < P < 1$. Como a quantidade de palitos a ser jogada é finita, temos que:

$$\frac{n_a}{n_t} = \frac{n_a}{n_a + n_b} \approx \frac{2l}{t\,\pi}$$

Agora, mãos à obra! Pegue suas agulhas, atente-se às regras e jogue-as no chão e calcule π com a maior precisão que você conseguir.

Após realizar o experimento, responda às perguntas abaixo. Sempre que necessário, utilize uma calculadora e considere $\pi = 3,14159$

1 Desenvolva uma expresão matemática que permita calcular π com este experimento, em função de l, t, n_a e n_b.

2 Explique como o numero de lançamentos de agulhas pode influenciar no valor calculado para π.

3 Considere $l = 2\ cm$ e $t = 5\ cm$. Ao se arremessar 120 agulhas, espera-se que quantas cruzem as linhas?

Dê sua resposta com um número inteiro arredondado.

4 Um grupo de alunos, ao fazer o experimento, arremessou 100 agulhas mas, devido à espessura excessiva das linhas desenhadas no chão, o número de agulhas que as cruzaram foi maior do que o previsto pela teoria. Explique que acontecerá como valor de π calculado por estes alunos.

5 Uma agulha de comprimento de $3\,cm$ for lançada 1400 vezes em um tabuleiro com linhas espaçadas por uma distância t. Observou-se que 200 delas cruzaram as linhas. Qual a distância esperada entre as linhas?

Dê sua resposta com três algarismos significativos.